

Vícesnímková rekonstrukce scény

Jan Klečka



Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Projekční geometrie.
3. Triangulace.
4. Určení parametrů projekčního modelu
5. Stereo rekonstrukce.
6. Bundle adjustment.
7. SLAM.

Vícesnímková rekonstrukce scény

Jan Klečka



Rozvrh přednášky:

- 1. Úvod.**
2. Projekční geometrie.
3. Triangulace.
4. Určení parametrů projekčního modelu
5. Stereo rekonstrukce.
6. Bundle adjustment.
7. SLAM.

Vícesnímková rekonstrukce scény - Úvod

- ▶ Vícesnímková rekonstrukce – odhad prostorového modelu scény, která byla více než jednou nasnímána kamerou (využívá se zde principiálně pasivní triangulace).

- ▶ Stereo rekonstrukce – speciální případ vícesnímkové rekonstrukce, kde je scéna nasnímána právě ze dvou pohledů

- ▶ Příklady aplikace:
 - Rekonstrukce prostorově rozsáhlých objektů
 - Hardwarově / Cenově nenáročná rekonstrukce
 - Automatická vizuální navigace
 - Virtuální / Rozšířená realita

Vícesnímková rekonstrukce scény

Jan Klečka



Rozvrh přednášky:

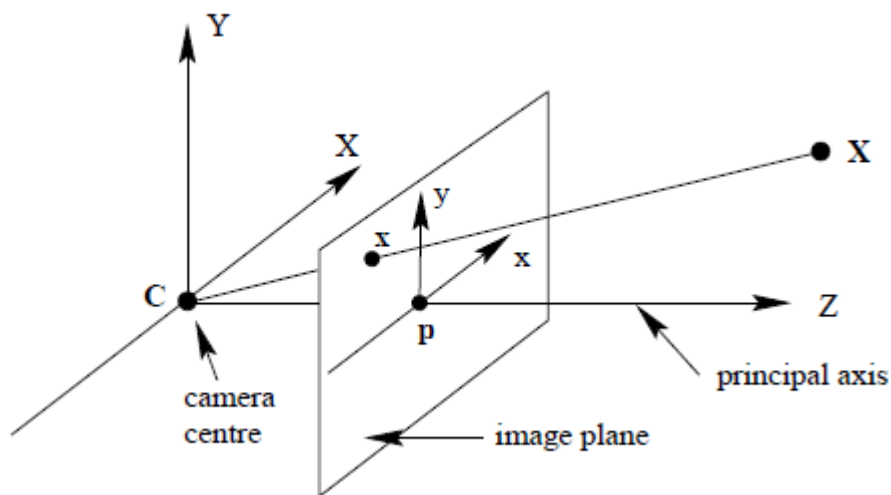
1. Úvod.
- 2. Projekční geometrie.**
3. Triangulace.
4. Určení parametrů projekčního modelu
5. Stereo rekonstrukce.
6. Bundle adjustment.
7. SLAM.

Projekční geometrie

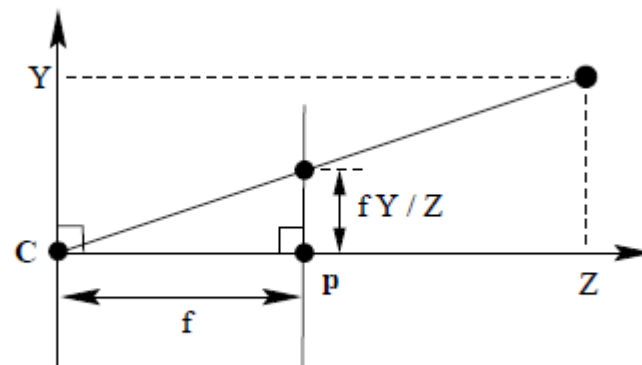
- Kamera je aproximována modelem dírkové komory

Projekce bodu na obrazovou rovinu:

Přehledový pohled



Bokorys



- X** - Prostorové souřadnice 3D bodu
- x** - Obrazové souřadnice projekce bodu **X**
- C** - Prostorové souřadnice ohniska
- P** - Obrazové souřadnice středu projekce

- f - Ohnisková vzdálenost
- f_x - Zobrazovací konstanta pro osu x
- f_y - Zobrazovací konstanta pro osu y

$$f_x = \frac{f}{d_x} \quad \text{Kde: } d_x \text{ je velikost pixelu v ose x}$$

Projekční geometrie – Systém souřadnic

- V reálných souřadnicích je projekce **nelineární** zobrazení

$$\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = f \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{f_x X}{Z} + p_x \\ \frac{f_y Y}{Z} + p_y \end{pmatrix}$$

- V homogenních souřadnicích je projekce **lineární** zobrazení

$$\mathbb{P}^3 \rightarrow \mathbb{P}^2 \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = f \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x & 0 & p_x & 0 \\ 0 & f_y & p_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Budeme tedy používat homogenní souřadnice !!

Projekční geometrie – Projekční modely

- ▶ Lineární projekční model s ohniskem v počátku systému souřadnic:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x & s & c_x & 0 \\ 0 & f_y & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{K}(\mathbf{I} \mid \mathbf{0})\mathbf{X}$$

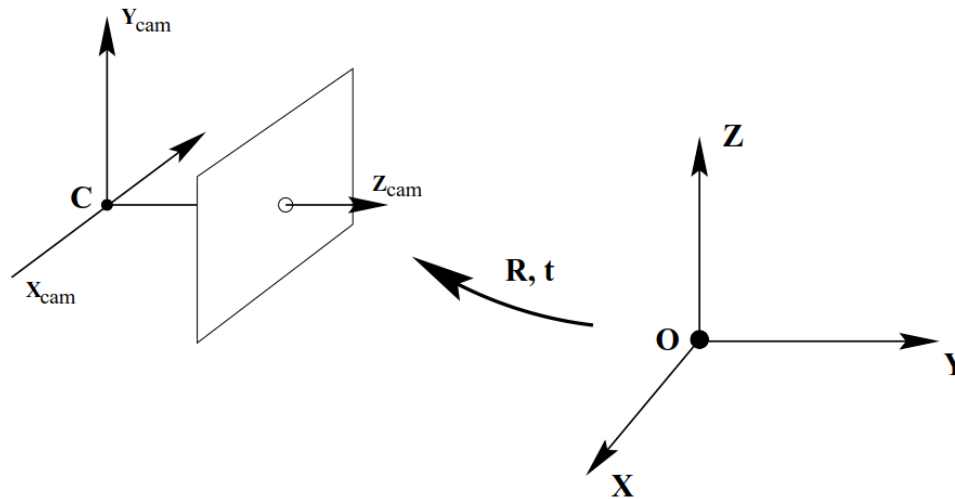
- ▶ Lineární model s obecnou polohou ohniska:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{K}(\mathbf{R} \mid \mathbf{t})\mathbf{X} = \mathbf{P}\mathbf{X}$$

- ▶ Model s nelineárním zkreslením:

$$\mathbf{x} = \mathbf{K}D(r)(\mathbf{R} \mid \mathbf{t})\mathbf{X}$$

Projekční geometrie – Rozklad projekčního modelu



$$\mathbf{P} = \mathbf{K} | (\mathbf{R} | \mathbf{t})$$

Matice vnitřních parametrů

- Značíme pomocí \mathbf{K}
- Charakteristické kameře
- Nezávislé na poloze
 - Zobrazovací konstanty
 - Poloha středu projekce
 - Skew, nelin. zkreslení

Matice vnějších parametrů

- Značíme pomocí $(\mathbf{R} | \mathbf{t})$
- Charakteristické dané poloze a orientaci
- Pro každé umístění kamery jiné
 - Translační vektor
 - Rotační transformace

Vícesnímková rekonstrukce scény

Jan Klečka



Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Projekční geometrie.
- 3. Triangulace.**
4. Určení parametrů projekčního modelu.
5. Stereo rekonstrukce.
6. Bundle adjustment.
7. SLAM.

Triangulace

- Triangulace je postup používaný pro dopočítání souřadnic 3D bodu ze souřadnic jeho projekcí.

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{P}_i \mathbf{X} \quad i \in \{1, \dots, N\}$$

- Lineární triangulace:

$$\mathbf{x}_i \times \mathbf{P}_i \mathbf{X} = \mathbf{0}$$

- Lineární triangulace pro dva pohledy:

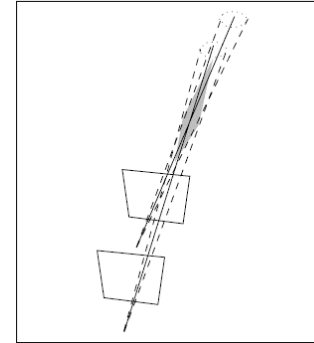
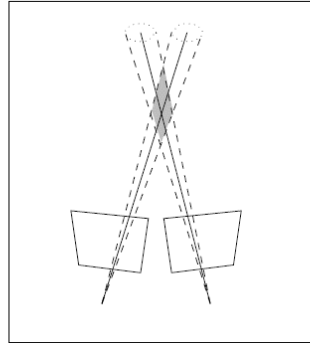
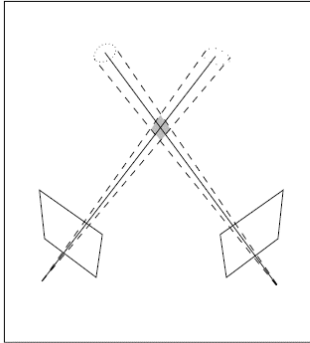
$$\min_{\mathbf{X}} \left(\begin{pmatrix} x_1 \mathbf{p}_1^{3T} - \mathbf{p}_1^{1T} \\ y_1 \mathbf{p}_1^{3T} - \mathbf{p}_1^{2T} \\ x_2 \mathbf{p}_2^{3T} - \mathbf{p}_2^{1T} \\ y_2 \mathbf{p}_2^{3T} - \mathbf{p}_2^{2T} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} \right) \quad \mathbf{P}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{p}_i^{1T} \\ \mathbf{p}_i^{2T} \\ \mathbf{p}_i^{3T} \end{pmatrix}$$

- Nelineární triangulace:

$$\min_{\mathbf{X}} \left(\sum_i d(\mathbf{x}_i, \mathbf{P}_i \mathbf{X})^2 \right)$$

Triangulace

- Příklady intervalu spolehlivosti rekonstrukce:



- U triangulace nastává singulární stav (řešení není jednoznačné) v případě, že rekonstruovaný bod leží na stejné přímce jako obě centra kamery.



Vícesnímková rekonstrukce scény

Jan Klečka



Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Projekční geometrie.
3. Triangulace.
- 4. Určení parametrů projekčního modelu.**
5. Stereo rekonstrukce.
6. Bundle adjustment.
7. SLAM.

Určení parametrů projekčního modelu

► Kalibrace vnitřních i vnějších parametrů

- Vysoká přesnost
- Výsledná rekonstrukce je stabilní a robustní
- Možné použít jen pro statickou soustavu kamer
- Před rekonstrukcí je nutné provést kalibraci soustavy

► Kalibrace vnitřních parametrů a průběžný výpočet vnějších z korespondenčních bodů

- Možné použití i pro pohybující se kamery
- Rekonstrukční chyba se promítá i do vnějších parametrů
- Před rekonstrukcí je nutné provést kalibraci soustavy

► Autokalibrace

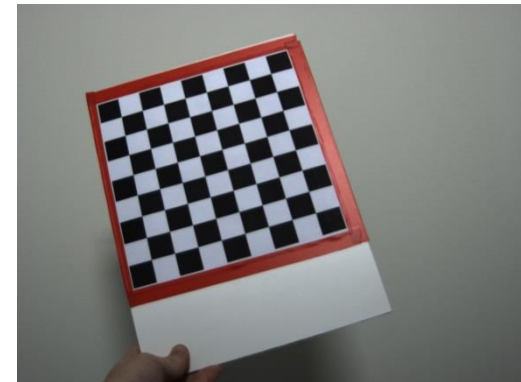
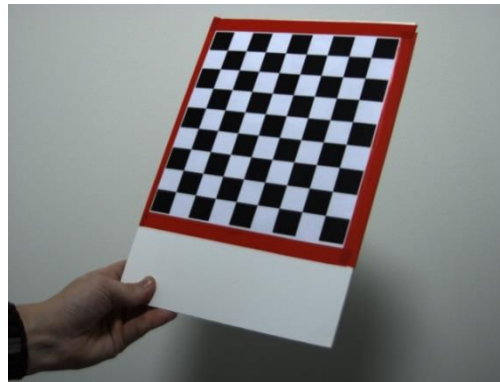
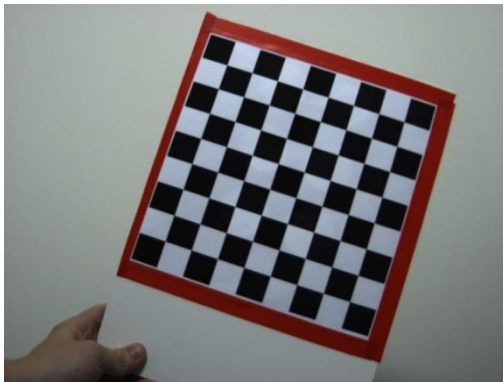
- Libovolné konfigurace kamer
- Není třeba žádná příprava
- Chyba při detekci korespondencí výrazně ovlivňuje kvalitu rekonstrukce

Kalibrace kamery

- ▶ Výpočet parametrů projekčního modelu pomocí referenční objektu
- ▶ Jeden a více snímků kalibračního 3D objektu

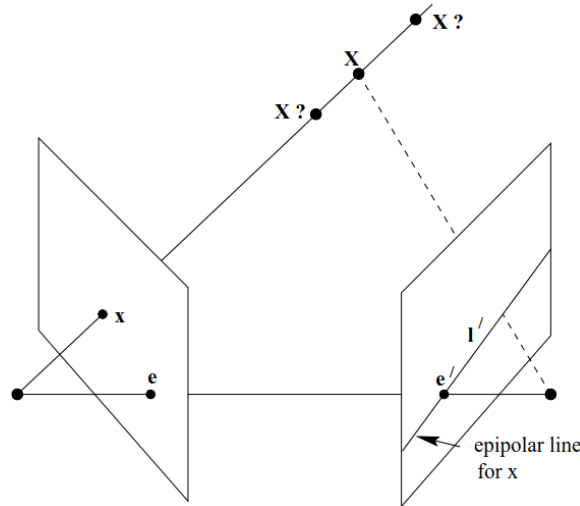


- ▶ Tři a více snímků kalibračního 2D objektu



Epipolární geometrie

- Epipolární geometrie popisuje vztah dvou projekcí stejného prostoru



- Matematickou reprezentací je fundamentální matice F

$$\mathbf{x}_2^T \mathbf{F} \mathbf{x}_1 = 0 \quad \mathbf{l}_2 = \mathbf{F} \mathbf{x}_1 \quad \mathbf{l}_1 = \mathbf{F}^T \mathbf{x}_2$$

- Z fundamentální matice **nelze bez dalších informací** jednoznačně určit parametry projekčních modelů.
- Za předpokladu znalosti vnitřních parametrů kamery, je možné fundamentální matici použít k téměř jednoznačnému určení vnějších parametrů.

Trifokální a kvadrofokální geometrie

- ▶ Matematický popis závislostí ve třech a čtyř projekcích.
- ▶ Závislosti jsou reprezentovány pomocí trifokálního resp. kvadrofokálního tensoru.
- ▶ Vlastnosti při určování parametrů projekčního modelu jsou stejné jako u epipolární geometrie:
 - ▶ Jen z tenzorů není možné jednoznačně určit parametry projekčního modelu
 - ▶ Při znalosti vnitřních parametrů kamery je možné určit parametry vnější
- ▶ Matematicky jsou tyto závislosti velmi složité, vyšší než kvadrofokální tensor se prakticky nepoužívá.

# views	tensor	# elems	# dof	linear		non-linear	
				# points	# lines	# points	# lines
2	F	9	7	8	—	7*	—
3	\mathcal{T}	27	18	7	13	6*	9*?
4	Q	81	29	6	9	6	8?

Autokalibrace

- Autokalibrace využívá vhodného předpokladu, tvaru vnitřních parametrů.
- S dostatečným počtem snímků je možné určit, vnitřní i vnější parametry projekčních modelů.
- Standardní předpoklady jsou:

Condition	fixed f	known k	views m
Constant internal parameters	5	0	3
Aspect ratio and skew known, focal length and principal point vary	0	2	4*
Aspect ratio and skew constant, focal length and principal point vary	2	0	5*
Skew zero, all other parameters vary	0	1	8*
p.p. known all other parameters vary	0	2	4*, 5(linear)
p.p. known skew zero	0	3	3(linear)
p.p., skew and aspect ratio known	0	4	2, 3(linear)

Vícesnímková rekonstrukce scény

Jan Klečka



Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Projekční geometrie.
3. Triangulace.
4. Určení parametrů projekčního modelu.
- 5. Stereo rekonstrukce.**
6. Bundle adjustment.
7. SLAM.

Stereo rekonstrukce - postup

- ▶ **Předpoklad:** Je třeba mít zkalibrované kamery – alespoň znát jejich vnitřní parametry.
- ▶ **Výpočet vnějších parametrů:**
 1. Hledání korespondenčních bodů pomocí detekce a deskripce významných bodů (např. pomocí SIFR, SURF).
 2. Výpočet fundamentální matice.
 3. Dekompozice fundamentální matice na vnější parametry.
- ▶ **Postup rekonstrukce:**
 1. Rektifikace snímků
 2. Výpočet mapy disparity
 3. Triangulace



$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 2722 & 0 & 1594 \\ 0 & 2714 & 1162 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Stereo rekonstrukce – hledání korespondenčních bodů

- Korespondenční body nalezeny pomocí metody SIFT.



Stereo rekonstrukce – fundamentální matice a výpočet vnějších paramenrů

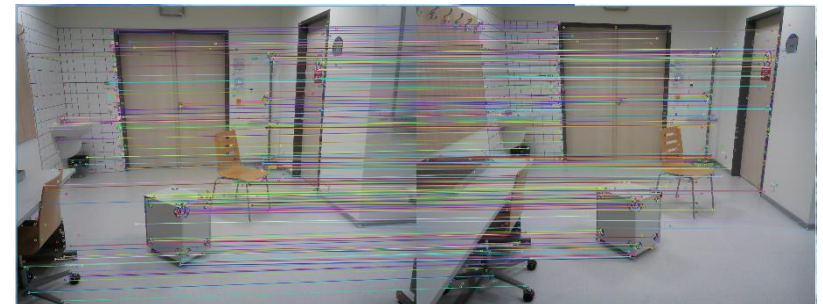
- Fundamentální matice vypočtená pomocí lineárního 8-bodového algoritmu, kvůli nesprávným korespondencím byla data filtrována pomocí algoritmu RANSAC:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,028 \\ 0 & 0,025 & 0,999 \end{pmatrix}$$

- Vnější parametry vypočtené z fundamentální matice:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0,99 & -0,02 & 0,16 \\ 0,03 & 1 & -0,01 \\ -0,16 & 0,01 & 0,99 \end{pmatrix} \quad \mathbf{t} = \begin{pmatrix} -0,99 \\ -0,02 \\ 0,08 \end{pmatrix}$$

- Korespondence vyfiltrované pomocí RANSAC:



Stereo rekonstrukce – rektifikace

- ▶ Geometrická transformace vstupních obrazů tak aby všechny korespondence byly ve stejném řádku.
- ▶ V zásadě se používají dva algoritmy:
 - Lineární rektifikace
 - Polární rektifikace
- ▶ Obrazy rektifikované pomocí lineární rektifikace:

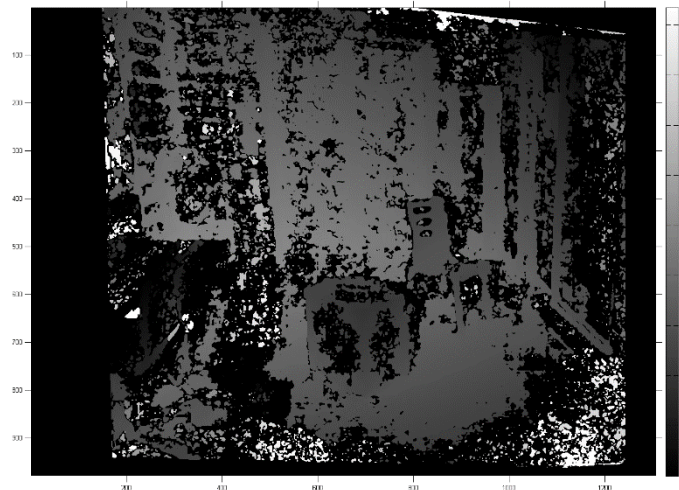


Stereo rekonstrukce – mapa disparity

- Mapa disparity je výsledek jemného hledání korespondenčních bodů. Hledání probíhá téměř pro každý pixel. Jelikož hledání probíhá v rektifikovaných souřadnicích je možné korespondenci pro pixel (x,y) reprezentovat pomocí skalární veličiny:

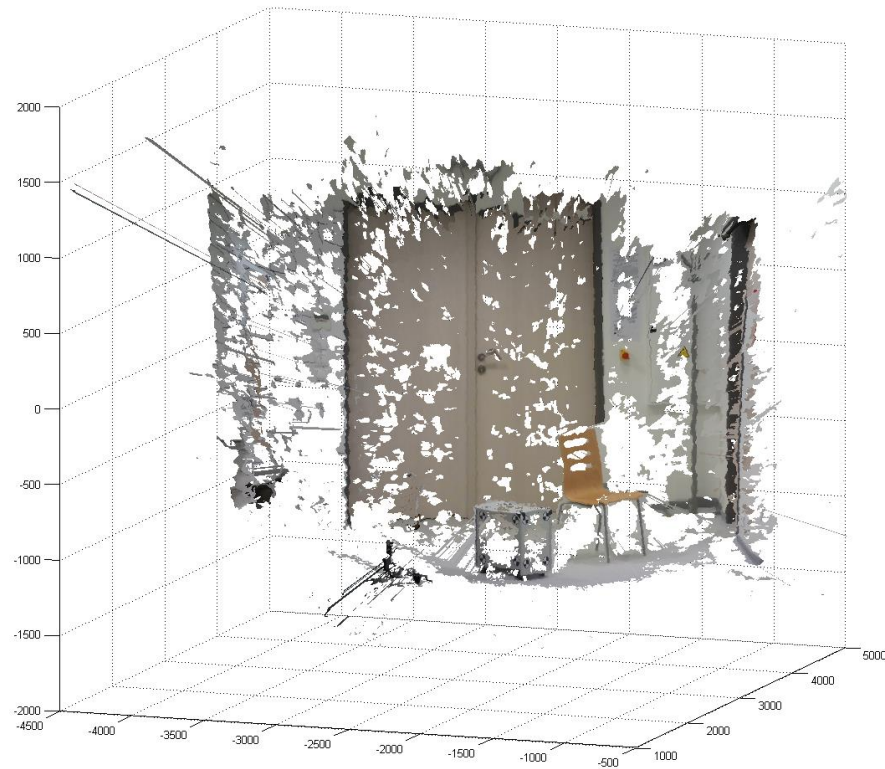
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x_{r1} \\ y_r \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} x_{r2} \\ y_r \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x_{r1} \\ y_r \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} x_{r1} + D(x_{r1}, y_r) \\ y_r \end{pmatrix}$$

- Příklad mapy disparity:



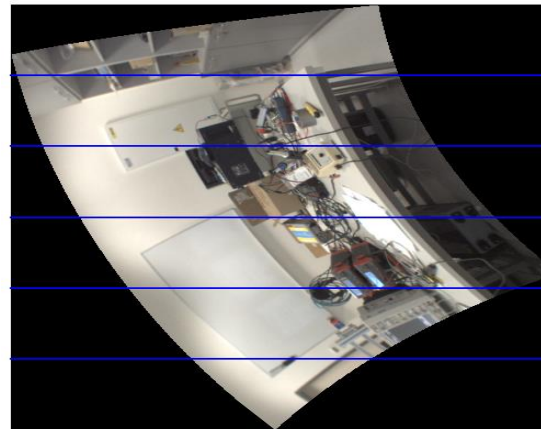
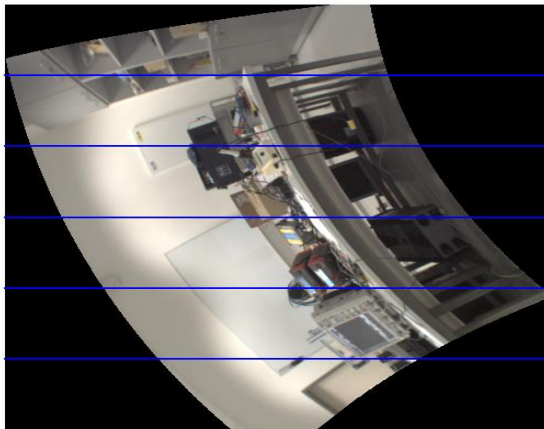
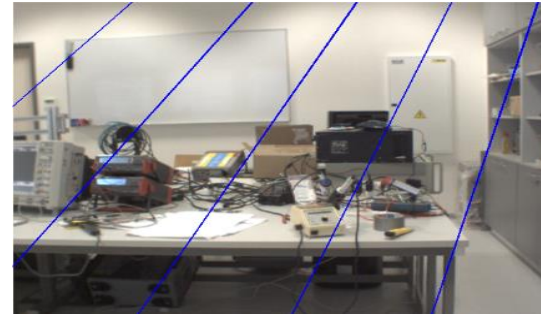
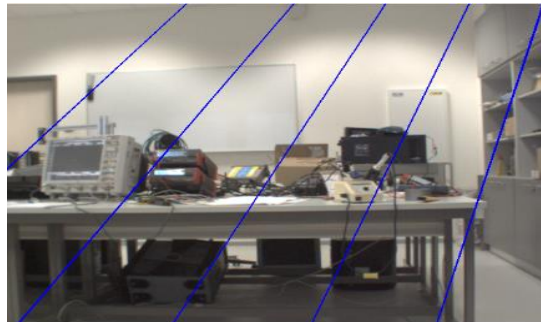
Stereo rekonstrukce – triangulace

► Výsledek lineární triangulace:



Polární rektifikace

- ▶ Lineární rektifikace není použitelná pro případy, kdy je alespoň epipól uvnitř jednoho z obrazů.
- ▶ Pro případy kdy je nutné počítat s obecným pohybem kamery je nutné použít jiný rektifikační algoritmus, jakým je například polární rektifikace.



Vícesnímková rekonstrukce scény

Jan Klečka



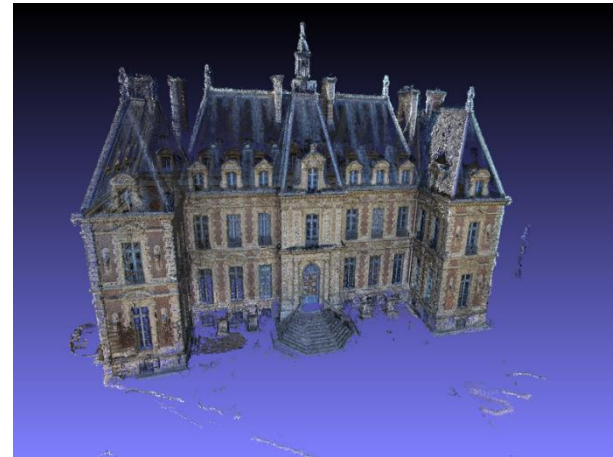
Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Projekční geometrie.
3. Triangulace.
4. Určení parametrů projekčního modelu.
5. Stereo rekonstrukce.
- 6. Bundle adjustment.**
7. SLAM.

Bundle adjustment

- ▶ Iterativní způsob rekonstrukce scény. Jde o složitý optimalizační problém, používaný pro rekonstrukci scény nasnímané z mnoha pohledů.
- ▶ Bundle adjustment je často zkombinovaný i s autokalibrací.
- ▶ Optimalizační kritérium:

$$\min_{\mathbf{X}_j, \mathbf{P}_i} \left(\sum_{i,j} d(\mathbf{x}_{i,j}, \mathbf{P}_i \mathbf{X}_j)^2 \right)$$



Vícesnímková rekonstrukce scény

Jan Klečka

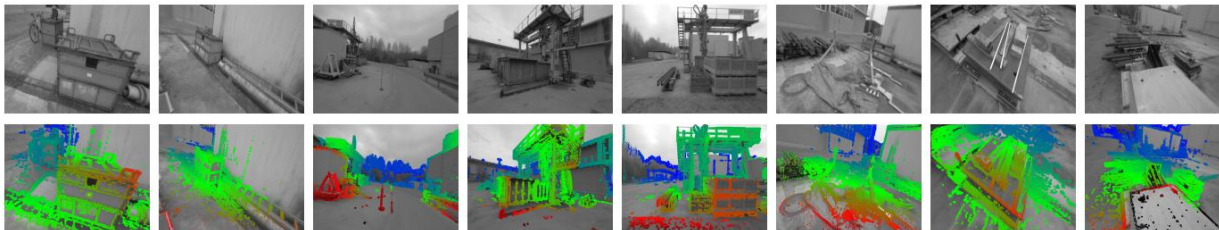
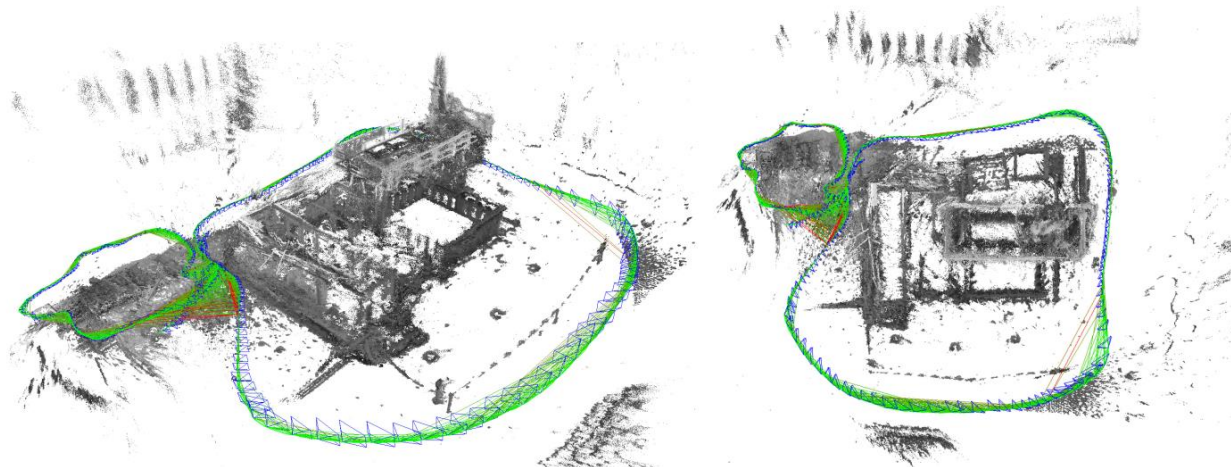


Rozvrh přednášky:

1. Úvod.
2. Projekční geometrie.
3. Triangulace.
4. Určení parametrů projekčního modelu.
5. Stereo rekonstrukce.
6. Bundle adjustment.
- 7. SLAM.**

SLAM

- ▶ Simultaneous localization and mapping (= Souběžná lokalizace a mapování).
- ▶ Rekurzivní řešení rekonstrukčního problému.



SLAM

► Koncept pochází z přelomu 80. a 90. let a vychází z požadavků mobilní robotiky

► Mějme:

- Prostředí $\bar{\mathbf{m}}$ a mapu $\hat{\mathbf{m}}_i$
- Polohu $\bar{\mathbf{x}}_i$ a její odhad $\hat{\mathbf{x}}_i$
- Model pozorování $\mathbf{z}_i = h(\bar{\mathbf{x}}_i, \bar{\mathbf{m}}) + \mathbf{v}$

► SLAM:

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i \\ \hat{\mathbf{m}}_i \end{pmatrix} = f(\mathbf{z}_i, \hat{\mathbf{m}}_{i-1}) \quad (\text{resp. pro } i = 0 \quad \hat{\mathbf{m}}_0 = f_0(\mathbf{z}_0, \mathbf{x}_0))$$

